

Подсчёт двумя способами и экстремальная теория графов — 1

Задача 1. В Яндексе 15 направлений разработки. Каждый из 8 топ-менеджеров курирует от 8 до 10 направлений.

- а) Можно ли утверждать, что есть направление, которое курируют не меньше 5 человек?
- б) Можно ли утверждать, что есть два направления, каждое из которых курируют не меньше 5 человек?

Задача 2. Проверьте, что в любом графе на $2n + 1$ вершинах есть двудольный подграф, содержащий не меньше половины рёбер исходного.

Задача 3. 14 вершин правильного 59-угольника покрашены в белый цвет, остальные вершины — в чёрный цвет. Найдите число равнобедренных одноцветных треугольников с вершинами в вершинах 59-угольника.

Задача 4. (Всероссийская олимпиада, 2008 г., 9.4) В лаборатории Богомолова работают несколько научных сотрудников. Однажды в течение 8-часового рабочего дня сотрудники ходили в буфет (каждый мог ходить несколько раз). Известно, что для каждой пары сотрудников суммарное время, в течение которого в буфете находился ровно один из них, оказалось не менее x часов. Найдите для каждого $x \in (4, 8)$, какое наибольшее количество научных сотрудников могло работать в этот день.

Подсчёт двумя способами и экстремальная теория графов — 1

Задача 1. В Яндексе 15 направлений разработки. Каждый из 8 топ-менеджеров курирует от 8 до 10 направлений.

- а) Можно ли утверждать, что есть направление, которое курируют не меньше 5 человек?
- б) Можно ли утверждать, что есть два направления, каждое из которых курируют не меньше 5 человек?

Задача 2. Проверьте, что в любом графе на $2n + 1$ вершинах есть двудольный подграф, содержащий не меньше половины рёбер исходного.

Задача 3. 14 вершин правильного 59-угольника покрашены в белый цвет, остальные вершины — в чёрный цвет. Найдите число равнобедренных одноцветных треугольников с вершинами в вершинах 59-угольника.

Задача 4. (Всероссийская олимпиада, 2008 г., 9.4) В лаборатории Богомолова работают несколько научных сотрудников. Однажды в течение 8-часового рабочего дня сотрудники ходили в буфет (каждый мог ходить несколько раз). Известно, что для каждой пары сотрудников суммарное время, в течение которого в буфете находился ровно один из них, оказалось не менее x часов. Найдите для каждого $x \in (4, 8)$, какое наибольшее количество научных сотрудников могло работать в этот день.