

## 2. Функция $N(kP)$

- ▷ Если  $k$  — целое положительное число, а  $P$  — фигура на клетчатой бумаге, то через  $N(kP)$  мы будем обозначать число узлов, накрываемых многоугольником  $P$ , растянутом (во всех направлениях) в  $k$  раз.

**Задача 1.** Докажите, что если  $P$  — ломаная, то  $N(kP)$  — линейная функция со свободным членом 1.

**Задача 2.** а)  $N(k(P \cup Q)) = N(kP) + N(kQ) - N(k(P \cap Q))$ .

б) Для любой фигуры на плоскости  $N(kP)$  — многочлен степени не выше 2.

УКАЗАНИЕ. Можно действовать по обычной схеме: доказать утверждение для прямоугольных треугольников, потом произвольных треугольников. . .

**Задача 3.** Пусть  $\chi(P)$  — свободный член многочлена  $N(kP)$ .

а) Докажите, что для ломаной и для выпуклого многоугольника  $\chi(P) = 1$ .

б) Найдите  $\chi(P)$  для замкнутой ломаной и для рамки (квадрата  $3 \times 3$  без центрального квадрата  $1 \times 1$ ).