

**Инверсия-II.**

**Задача 1.** Нарисуйте образ координатной сетки при инверсии относительно единичной окружности.

**Задача 2.** а) Пусть при инверсии относительно окружности  $\omega$  точка  $A$  переходит в точку  $A'$ , а точка  $B$  в точку  $B'$ . Докажите, что четырёхугольник  $AA'B'B$  вписанный и его описанная окружность  $\omega'$  перпендикулярна окружности инверсии.

б) Предположим, что точки  $A$  и  $B$  симметричны относительно окружности  $\omega$ . Пусть  $A', B', \omega'$  — образы  $A, B, \omega$  соответственно при инверсии относительно некоторой окружности  $\omega_0$ . Докажите, что точки  $A'$  и  $B'$  симметричны относительно окружности  $\omega'$ .

**Задача 3.** В сегмент (область, ограниченную дугой  $AB$  некоторой окружности и хордой с теми же концами) вписываются всевозможные пары касающихся окружностей. Найдите множество их точек касания.

**Задача 4.** Постройте окружность, которая проходит через данную точку и ортогональна двум данным окружностям.

**Задача 5** (Задача Аполлония). При помощи циркуля и линейки постройте окружность, касающуюся трёх данных. Сколько решений может иметь эта задача?

**Задача 6.** Докажите, что при центральной проекции сферы на себя окружности переходят в окружности.

Hint: такая центральная проекция совпадает с инверсией относительно некоторой сферы

Для сдачи листка необходимо решить 4 задачи (пункты считаются отдельными задачами).