

# Неевклидова геометрия - 2

## 1 Абстрактная геометрия

Абсолютное, какого бы рода оно ни было, не принадлежит ни природе, ни уму человеческого.

---

Ж. Бюффон

1. Докажите, что следующие утверждения эквивалентны пятому постулату Евклида:

- Расстояние между параллельными прямыми постоянно,
- Для любого треугольника существует подобный ему,
- Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести окружность.

## 2 Геометрия Лобачевского

Автор, по-видимому, задался целью писать таким образом, чтобы его нельзя было понять. Он достиг этой цели: большая часть книги осталась столь же неизвестной для меня, как если бы я никогда не видел её.

---

М.В. Остроградский о работе Лобачевского

- Доказать что для любых  $\alpha, \beta, \gamma > 0$  при условии, что  $\alpha + \beta + \gamma < \pi$ , существует треугольник, углы которого равны  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$ .
- Докажите признак равенства треугольников в геометрии Лобачевского: если три угла одного треугольника соответственно равны трем углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

## 3 Сферическая геометрия

Дайте мне точку опоры, и я переверну земной шар.

---

Архимед

Пусть  $a, b, c$  - стороны сферического треугольника,  $R$  - радиус сферы.

- Доказать неравенство треугольника:  $a + b > c$ .
- Доказать, что  $a + b + c < 2\pi R$ .
- \* Пусть  $l$  - средняя линия треугольника, соединяющая стороны  $a$  и  $b$ . Сравнить  $l$  и  $\frac{c}{2}$ .